

Les lois fondamentales de l'optique géométrique

Surface plane : Miroir, Dioptre et Prisme



Pr Hamid TOUMA
Département de Physique
Faculté des Sciences de Rabat
Université Mohamed V

L'optique ?

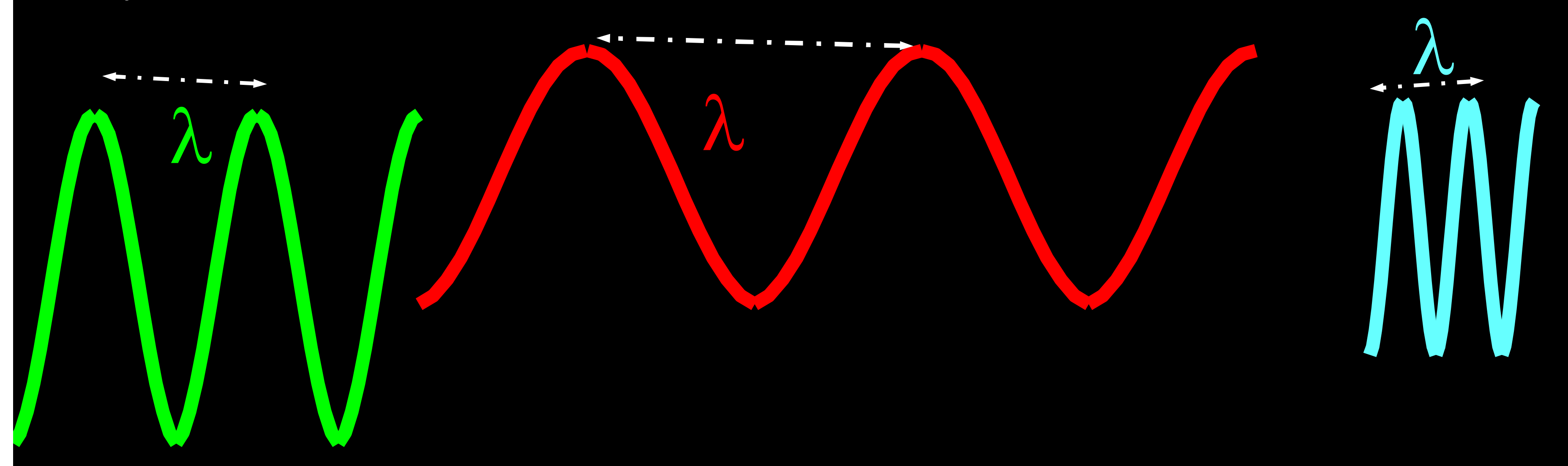
L'optique est l'étude de la lumière

La lumière est le messager de notre Univers

La lumière est émise par la matière et se manifeste par son action sur l'œil ou sur **d'autres récepteurs** parmi lesquels nous citerons :

- Plaque photographique, …
- Ces récepteurs permettent de mettre en évidence des domaines de lumière que l'œil ne perçoit pas, tels ceux de l'**Ultraviolet** et de **l'Infrarouge**.

En optique géométrique, la lumière est considérée comme une onde électromagnétique (**vibration ondulatoire**) qui se propage dans toutes les directions de l'espace, même en absence du milieu matériel.



Une onde électromagnétique est vibration ondulatoire caractérisée par **sa fréquence** ν nu) ou par sa période temporelle $T=1/\nu$,

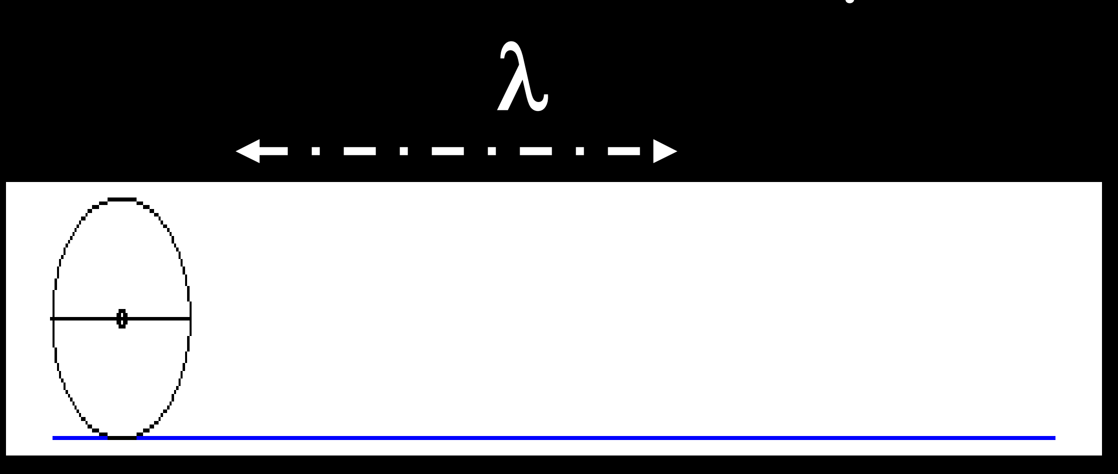
Ces 2 paramètres T et ν sont indépendants du milieu traversé.

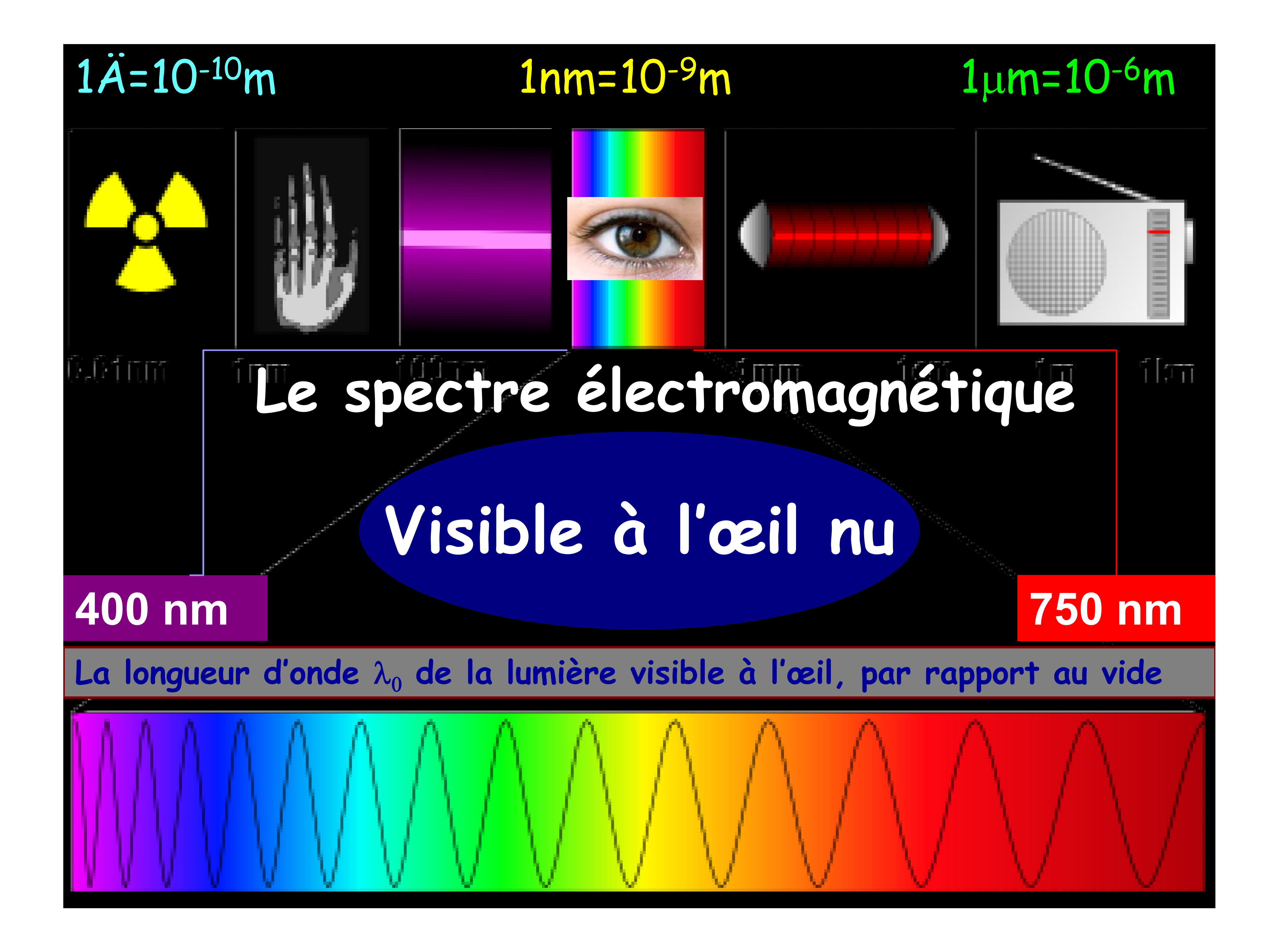
La **longueur d'onde** λ est définie par :

$$\lambda = v.T = v/\nu$$

où **v** est la vitesse de propagation de l'onde.

Ces 2 grandeurs **v** et λ dépendent du milieu traversé, à l'inverse de la période **T** et la fréquence ν.




1Ä=10^{-10}m
1nm=10^{-9}m
1µm=10^{-6}m
Le spectre électromagnétique
Visible à l'œil nu
400 nm
750 nm
La longueur d'onde λ_0 de la lumière visible à l'œil, par rapport au vide

La vitesse **v** de propagation de la lumière <u>dépend</u> du <u>milieu traversé</u> :

Air ou vide	eau	verre
300 000 km/s	225 000 km/s	200 000 km/s

La lumière se propage dans les milieux transparents différents à des vitesses différentes.

On définit **l'indice de réfraction n** en un point M quelconque d'un milieu donné par la quantité :

$$n = c/v = \frac{\text{vitesse lumière dans le vide}}{\text{vitesse lumière dans le milieu}}$$

air	eau	éthanol	verres	benzène	diamant
1	1,3	1,36	1,5 < n < 1,8	1,6	2,4

Attention : c'est très important !!!!

Comme **v** < c alors 1 < n ;

l'indice du vide : $n_0 = c/c = 1$

✓ l'indice de réfraction **n** reflète la tendance de la matière à ralentir la propagation des ondes électromagnétiques.

Remarque : Une radiation de **fréquence** ν et de **longueur d'onde** λ_0 dans le vide ($n_0=1$), sa **longueur d'onde** λ dans un **milieu d'indice de réfraction** $n>1$ s'exprime comme suit :

$$\lambda = v.T = \underbrace{\frac{v}{c}}_{\frac{1}{n}}.\underbrace{c.T}_{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{n}$$

D'où :

$$\lambda_0/\lambda = n$$

En passant de l'air, milieu d'indice de réfraction 1, vers un autre milieu matériel d'indice de réfraction n, la lumière change sa longueur d'onde λ, c'est-à-dire sa vitesse **v** et non pas sa fréquence ν ni sa période temporelle **T**

$$\lambda = v.T = \frac{\lambda_0}{n}$$

Remarque :

La longueur d'onde λ est inversement proportionnelle à **l'indice de réfraction n** du **milieu** où la radiation se propage.

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Formule de Cauchy

Milieu dispersif

Milieu homogène : tout milieu dans lequel la lumière se propage avec une vitesse **v** constante. Donc **son indice de réfraction n** est aussi constant.

Milieu inhomogène **(non homogène)** : Tout milieu dans lequel **la lumière** se propage avec une vitesse **v** variable.

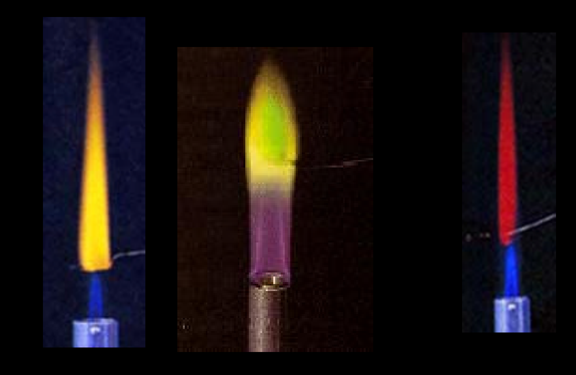
Donc son **indice de réfraction n** est aussi variable, dans ce milieu (**n**=c/**v**).

La lumière blanche est décomposée en plusieurs radiations visibles, définies par des couleurs, c'est-à-dire par la fréquence ν ou sa longueur d'onde λ. Chacune de ces radiations est dite simple ou monochromatique, car il est impossible de la décomposer en d'autres radiations.



La longueur d'onde λ_0 de la lumière visible à l'œil, par rapport au vide n=1

Une source monochromatique est une source capable d'émettre une seule radiation, donc une seule couleur.



Une source de la lumière blanche est une source qui émet de la lumière blanche, c'est-à-dire **toutes les radiations**. Exemple : le Soleil

Source de lumière : Tout corps qui émet de la lumière est une source lumineuse. Cette source peut être :

* **Source principale** (bougie, lampe, étoile,…)

* **Source secondaire**. L'objet diffuse la lumière qu'il reçoit (La Lune, Planètes, vous, le mur, la table,…)

- Sources étendues : Soleil, écran de cinéma, Lampe,…
- Sources de faibles dimensions : Planètes,…
- Sources ponctuelles : étoile,…

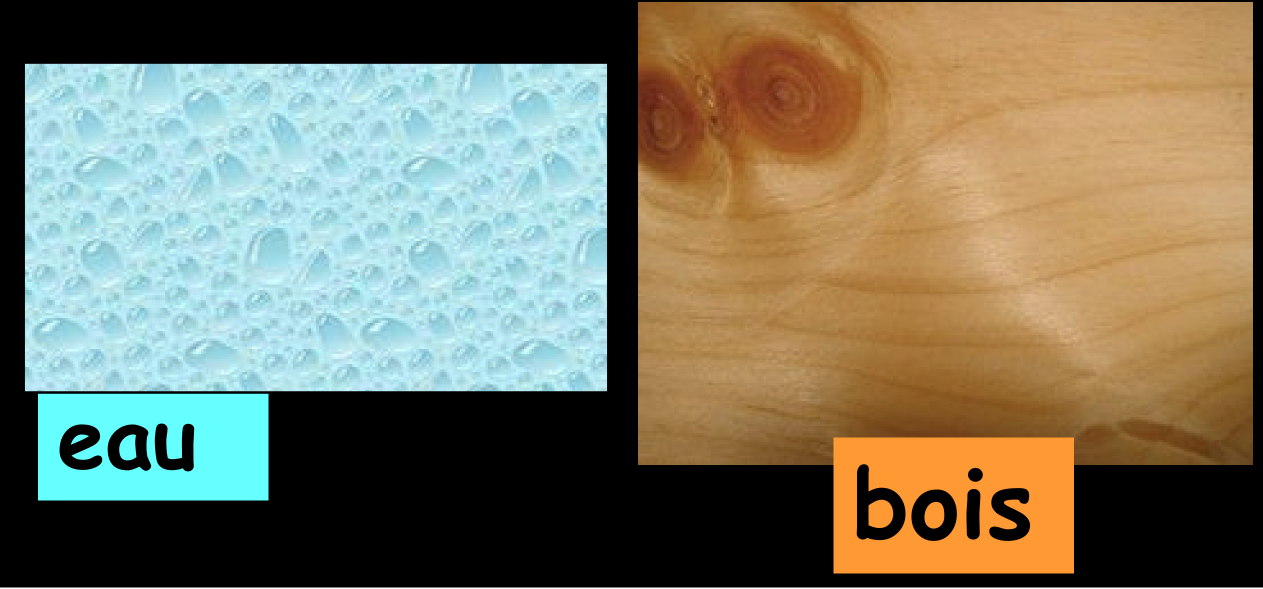
- On appelle corps transparent tout corps qui laisse passer la lumière.

Exemple : l'eau, le verre, le cellophane,…

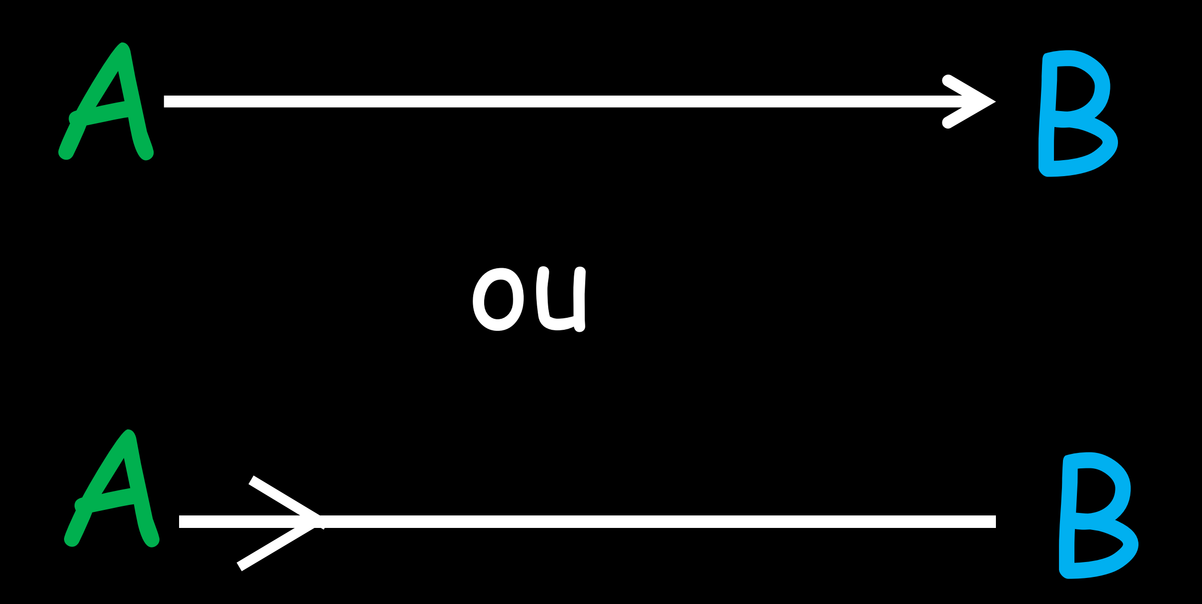
- On appelle corps opaque, tout corps qui arrête totalement la lumière.

Exemple : le bois, l'acier, le marbre…

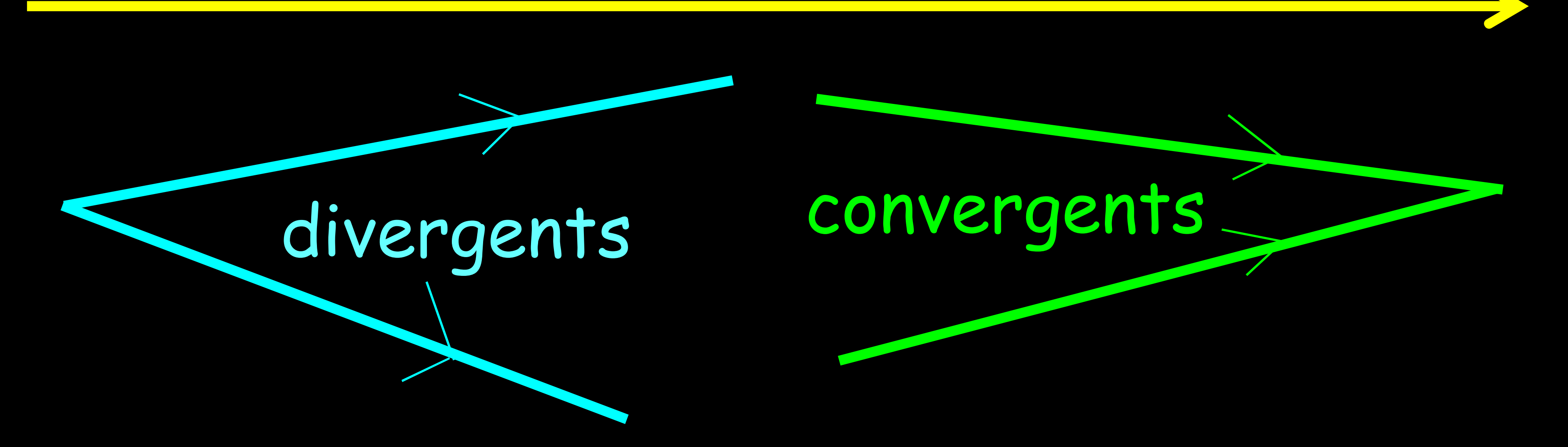




Un rayon lumineux est représenté par une droite AB sur laquelle on place une flèche indiquant le sens de propagation de la lumière.



- En pratique un rayon lumineux isolé n'existe pas.
- Les rayons sont toujours groupés en faisceaux. On distingue 3 sortes de faisceaux.



Pinceau : tout faisceau étroit est appelé un pinceau lumineux

Les fondements de l'optique géométrique

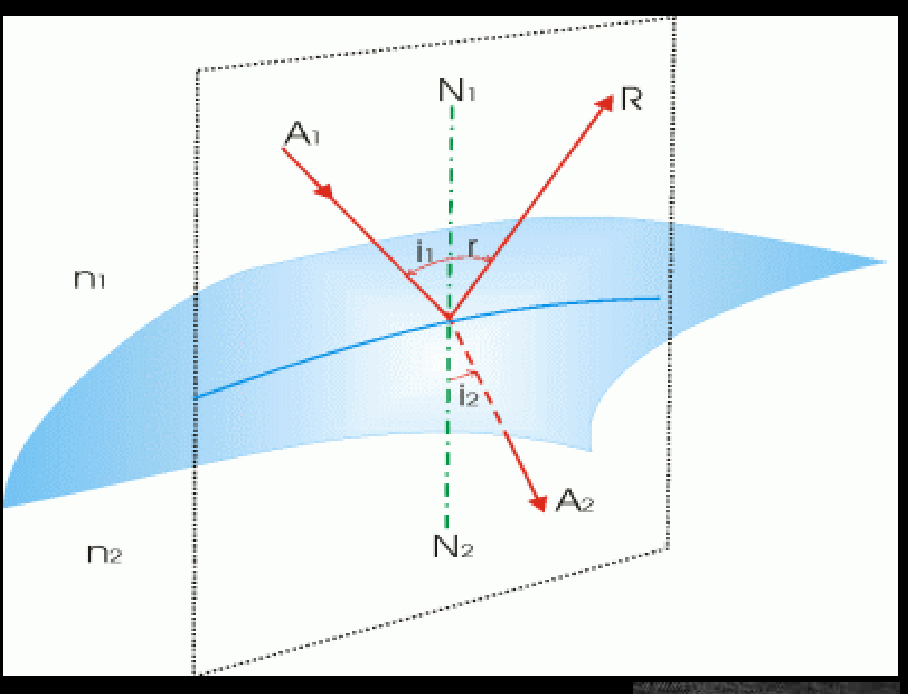
- L'optique géométrique repose sur la notion fondamentale du rayon lumineux. La lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène.
- L'optique géométrique schématise alors la lumière par un rayon lumineux.
- Le principe de retour inverse de la lumière :

$$A \to B \quad \text{alors} \quad B \to A$$

L'indépendance des rayons lumineux permet de décomposer un faisceau en rayons, et d'étudier séparément la marche de chaque rayon, ce qui constitue le but de l'optique géométrique.

Le comportement de ce rayon lumineux à la surface de séparation ou d'un miroir est décrit par **les lois de Snell-Descartes**.

Les **lois de Snell-Descartes** fixent la <u>direction</u> des faisceaux réfléchi et réfracté en fonction de celle du faisceau incident.



Les lois de Snell-Descartes :

1. Les lois de la réflexion
2. Les lois de la réfraction





Surface de séparation

S

Rayon incident

N

La normale

R

Rayon réfléchi

i r

n_1

Σ

Le point incident I

Rayon réfracté

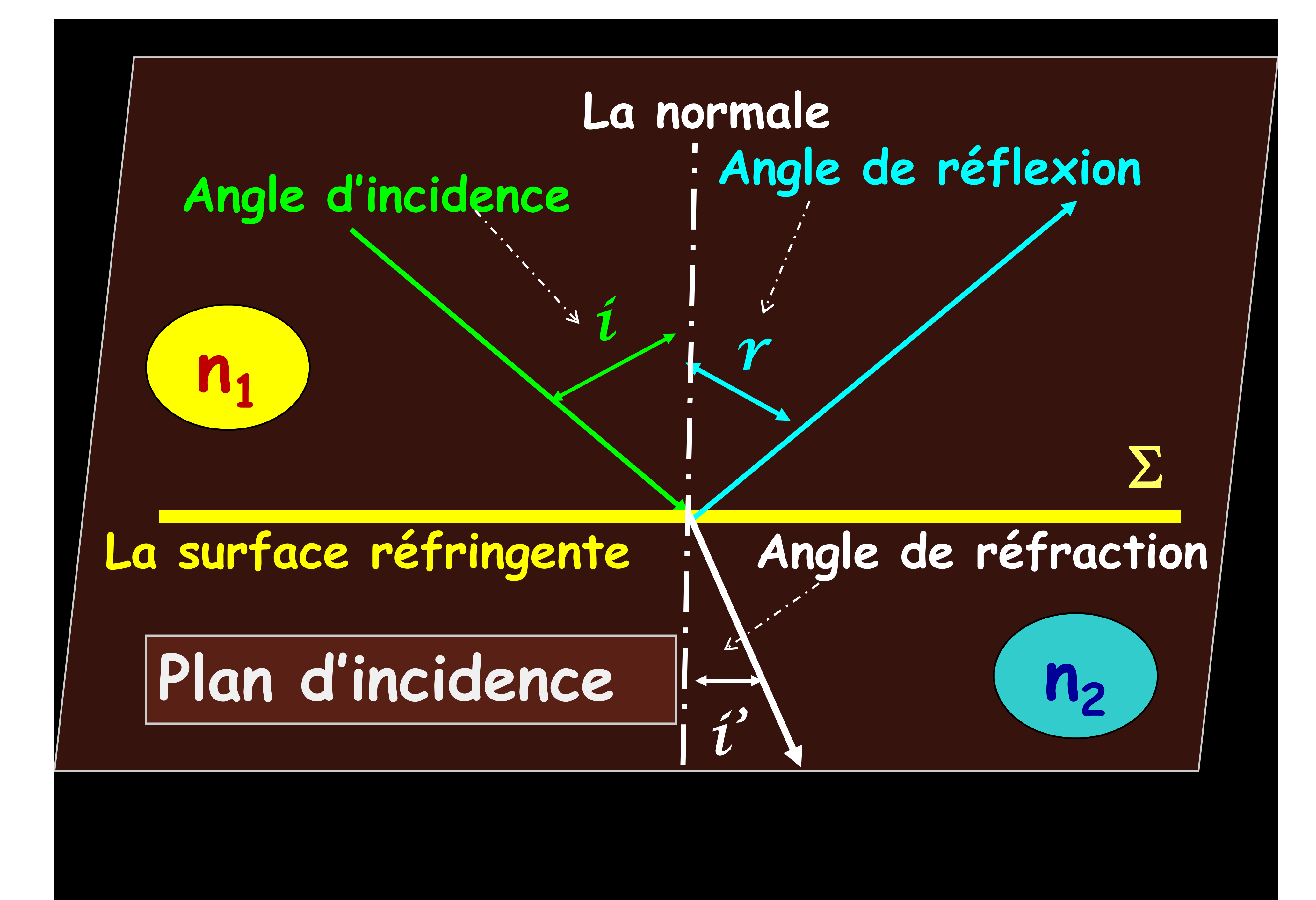
i'

R'

n_2

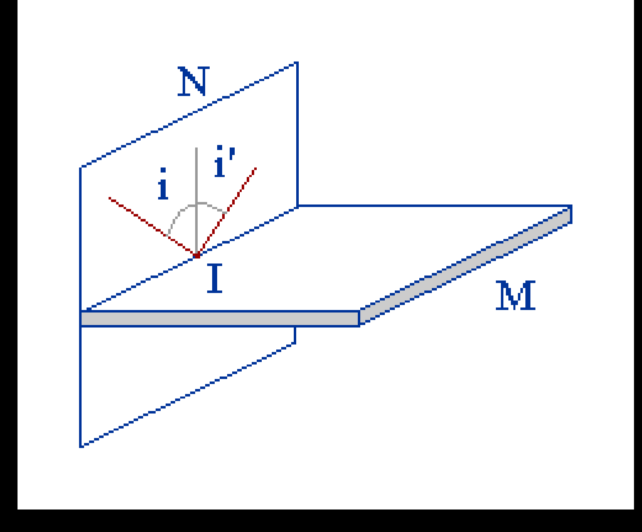
$D = i - i'$

Déviation D

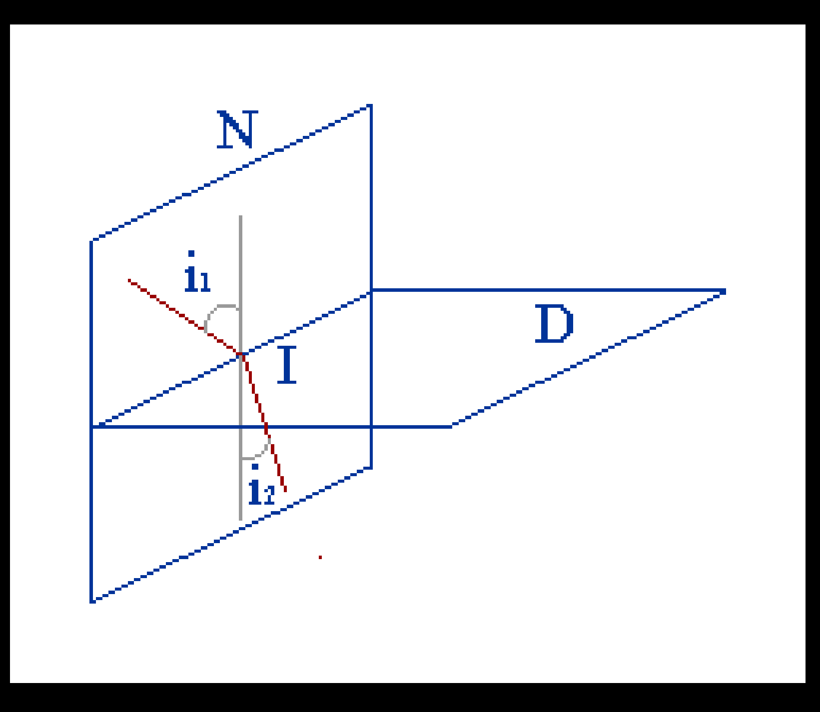

La normale
Angle de réflexion
Angle d'incidence
i
r
n_1
Σ
La surface réfringente
Angle de réfraction
Plan d'incidence
n_2
i'

1. Le rayon réfléchi et le rayon incident sont dans le plan d'incidence formé par la <u>normale et le rayon incident</u> (IN,SI)
2. L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence, ce qui se traduit par : <u>i = r</u>

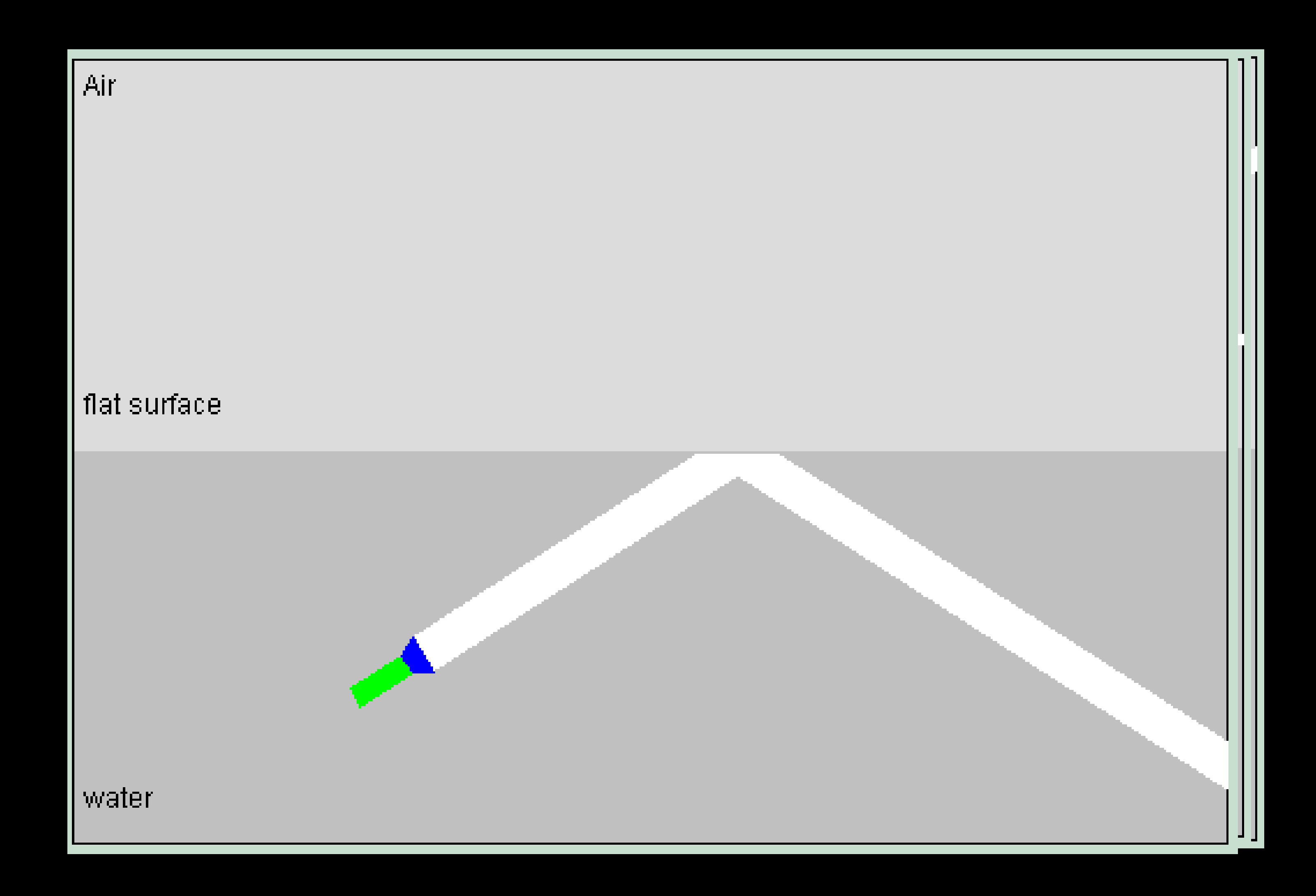


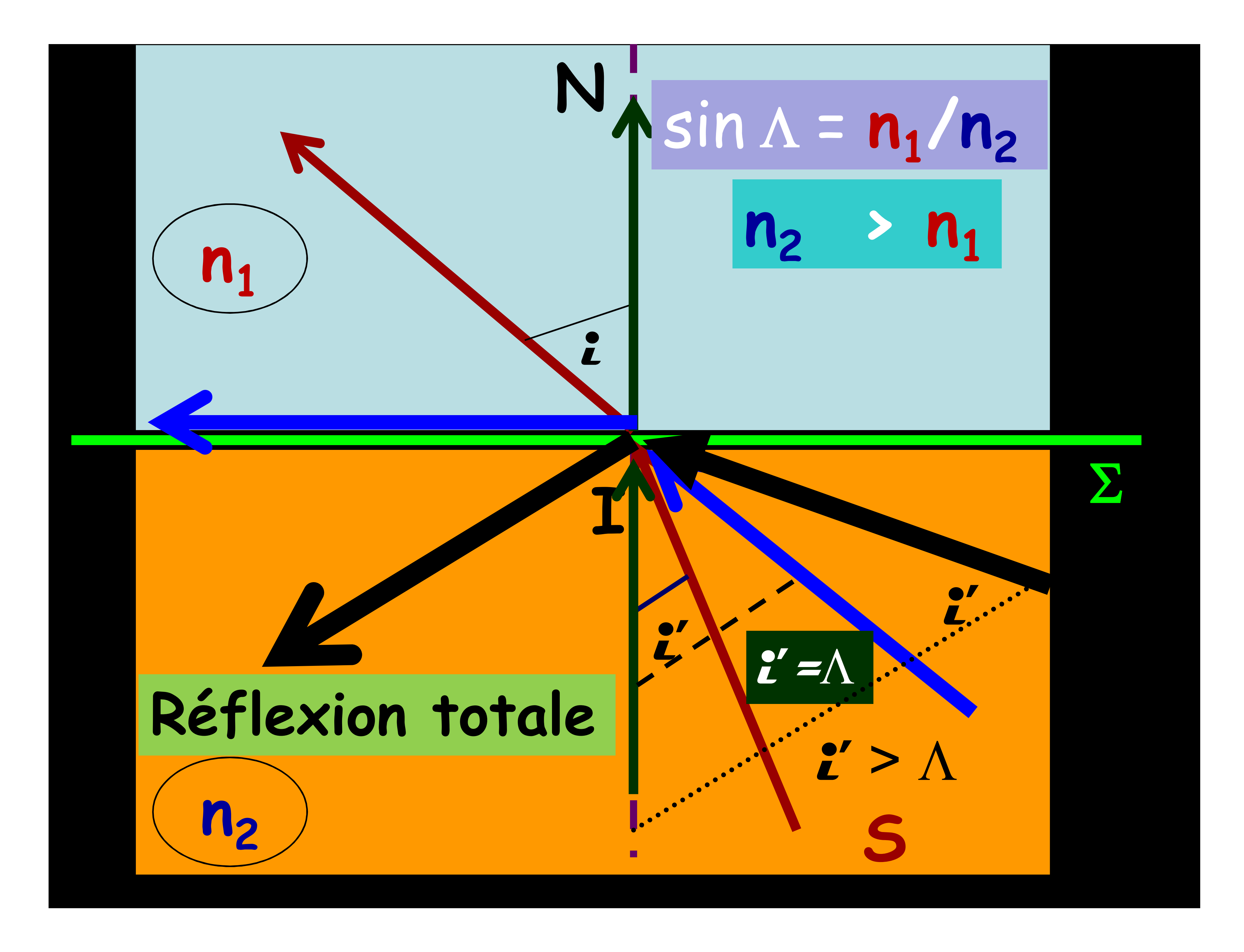


1. Les rayons réfracté et incident sont dans le même plan d'incidence défini par les deux vecteurs (IN,SI)
2. L'angle de réfraction i' et l'angle d'incidence i sont liés par la relation : $n_1.\sin i = n_2.\sin i'$



Angle de réfraction limite




N
sin Λ = n1/n2
n2 > n1
n1
i
I
Σ
i'
i'
i' =Λ
i' > Λ
Réflexion totale
n2
S

n_1

n_2

si $n_2 < n_1 \Rightarrow \sin\Lambda = \frac{n_2}{n_1}$

si $n_1 < n_2 \Rightarrow \sin\Lambda = \frac{n_2}{n_1}$

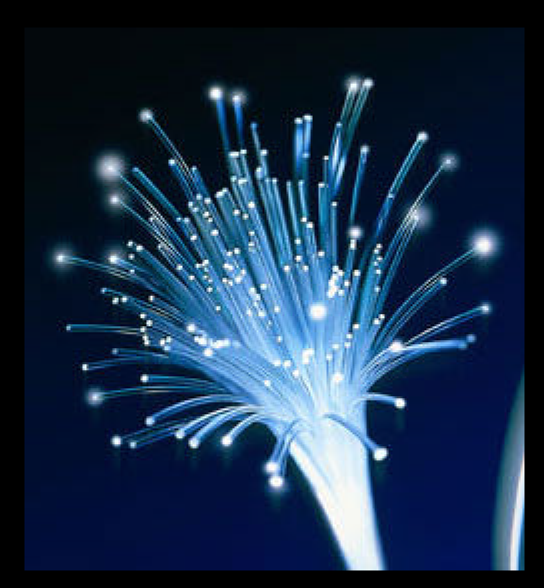
$$\sin\Lambda = \frac{n_{faible}}{n_{grand}}$$

L'angle de la réfraction limite Λ

L'angle de la réfraction limite Λ se trouve toujours dans le milieu le plus réfringent.

Quand la lumière se propage du milieu le plus réfringent vers le milieu le moins réfringent, la réflexion totale peut avoir lieu, à condition que l'angle d'incidence soit plus grand que Λ.

Le phénomène de la **réflexion totale** est utilisé pour canaliser la lumière, par exemple dans les **fontaines lumineuses** ou dans les **fibres optiques**, **l'endoscopie**, **fibroscopie** .



fibres optiques



$$\sin \Lambda_{eau-air} = \frac{n_0 = 1}{n_1 = \frac{4}{3}} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \Rightarrow \Lambda_{eau-air} = 48°{,}59$$

- Exercice 3 : Fibre optique **
- **A-** Avec les données du document 1 ci-dessous
- Calculer les angles $\mathbf{i_1}$ et $\mathbf{i_2}$ sachant que l'angle **i = 60°**
- Tracer la marche du rayon lumineux jusqu'à sa sortie du cylindre
- **B-** Un rayon lumineux arrive de l'air, **d'indice de réfraction $n_0=1$**, sous **une incidence i_e** et pénètre dans le cœur d'une fibre optique **d'indice de réfraction n_1**.
- Exprimer le **sinus** de l'angle de réfraction **r** en fonction de $\mathbf{n_1}$ et de **l'incidence i_e**.
- L'angle d'incidence sur la surface de séparation cœur - gaine est **i**. Donner la relation entre **i** et **r** et l'expression de cos i.
- L'indice de la gaine a pour valeur $\mathbf{n_2}$ ($n_2 < n_1$). Exprimer le sinus de **l'angle de réfraction limite** Λ de réfraction entre les milieux d'indice $\mathbf{n_2}$ et $\mathbf{n_1}$.
- **C-** Trouver la condition pour qu'un rayon lumineux puisse se propager dans la fibre (document 2).

$\Lambda_{silice-air} \approx 39^{\circ}$

$i + i_2 + \hat{K} = 180° \Rightarrow$ $\boxed{i_2 = 30°}$

$1.\sin i_1 = n.\sin i_2 = 1,6.0,5 = 0,8$

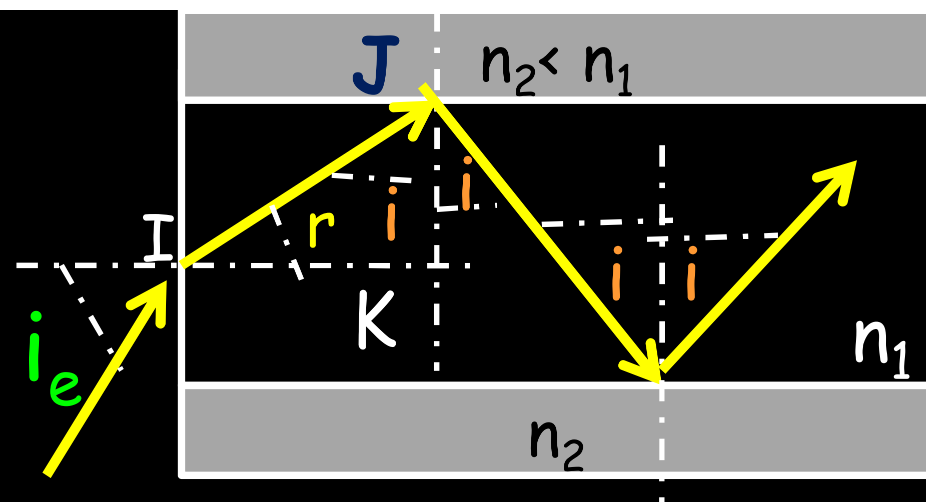
$\sin i_1 = 0,8 \Rightarrow$ $\boxed{i_1 = 53°}$

$$\sin \Lambda = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,6} = 0,625 \Rightarrow \boxed{\Lambda = 38,68°}$$

Comme on a $i > \Lambda$, alors on a une réflexion totale au point J. De proche en proche, le rayon lumineux se propage le long de la fibre jusqu'à sa sortie.

$$n_0 . \sin i_e = n_1 . \sin r$$

$$\underbrace{n_0}_{1} \sin i_e = n_1 . \sin r$$



$$r + i = 90 \Rightarrow \sin i = \cos r$$

$$\sin \Lambda = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin^2 i_e = n^2{}_1 . \sin^2 r = n^2{}_1 . \left(1 - \cos^2 r\right) = n^2{}_1 . \left(1 - \sin^2 i\right)$$

Pour que le rayon lumineux se propage dans la fibre, il faut qu'il subisse une réflexion totale au point J. Donc il faut que l'angle i soit supérieur à l'angle de réfraction limite Λ. Dans le cas affirmatif, de proche en proche, le rayon lumineux se propage le long de la fibre jusqu'à sa sortie.

$$i > \Lambda_{C-G} \Rightarrow \sin i > \sin \Lambda_{C-G} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin^2 i > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

$$\sin^2 i_e = n^2{}_1 . \left(1 - \sin^2 i\right) < n^2{}_1 . \left(1 - \frac{n^2{}_2}{n^2{}_1}\right)$$

$$\sin^2 i_e < \left(n^2{}_1 - n^2{}_2\right)$$

$$\sin i_e < \sqrt{\left(n^2{}_1 - n^2{}_2\right)} \Rightarrow \boxed{i_e < \underbrace{\arcsin\left(\sqrt{\left(n^2{}_1 - n^2{}_2\right)}\right)}_{\left(i_e\right)_{max}}}$$

$$\sin i_e < \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \Rightarrow i_e < \underbrace{\arcsin\left(\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}\right)}_{(i_e)_{max}}$$

$$(i_e)_{max} = \arcsin\left(\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}\right)$$

$$i_e \leq (i_e)_{max} = \arcsin\left(\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}\right)$$

J
$n_2 < n_1$
I
K
i_e
n_1
n_2

Il faut éclairer la fibre avec une lumière dont l'incidence i_e vérifie l'inégalité. C'est la condition pour qu'un rayon lumineux puisse se propager le long de la fibre optique.

Fin de l'exercice 3

Le principe du retour inverse de la lumière est bien vérifié :

$$n_1.\sin i = n_2.\sin i' \Leftrightarrow n_2.\sin i' = n_1.\sin i$$

Source S

incident

n_1

réfracté

n_2

réfracté

n_1

incident

n_2

Source S

- Remarques : Lorsque les angles i et i' sont petits, $angle \leq 15°$

  la **loi de Snell-Descartes** pour la réfraction prend la forme simplifiée : $n_1 . i \sim n_2 . i'$

connue sous le nom de « **la loi de Kepler** »



En appliquant le **principe de la propagation rectiligne** de la lumière, **l'optique géométrique** se propose d'étudier comment les **rayons lumineux**, partant des **objets**, cheminent en subissant des **réflexions** et des **réfractions** à travers divers milieux transparents appelés **systèmes optiques**, et concourent à la **formation des images**.

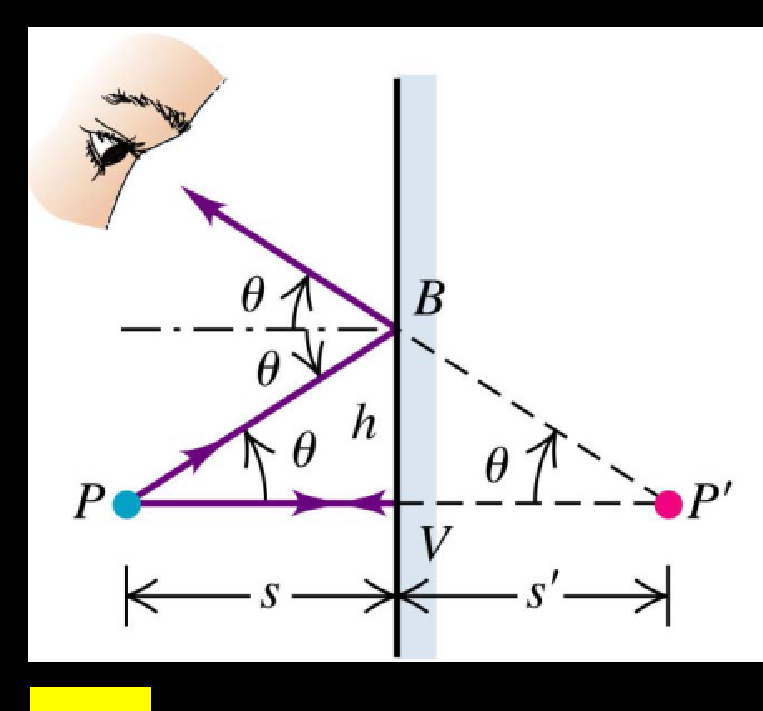
Le miroir plan



On appelle miroir plan une surface réfléchissante parfaitement plane polie recouverte d'une mince couche métallique (argent ou aluminium).



Un tel miroir M est généralement représenté par la trace de son plan disposé normalement au plan de figure. On couvre de **hachures** le **côté non réfléchissant**.



S

N

R

Surface réfléchissante

M

I

Surface non réfléchissante

A **Objet Réel**

œil

i i'

H

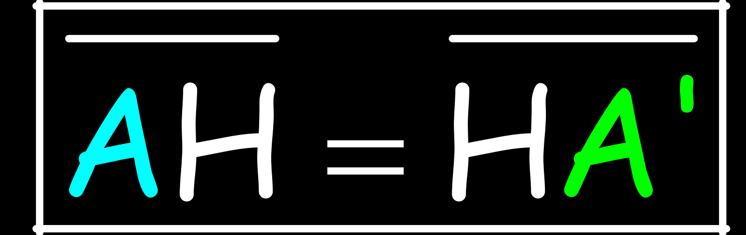
Miroir M

I

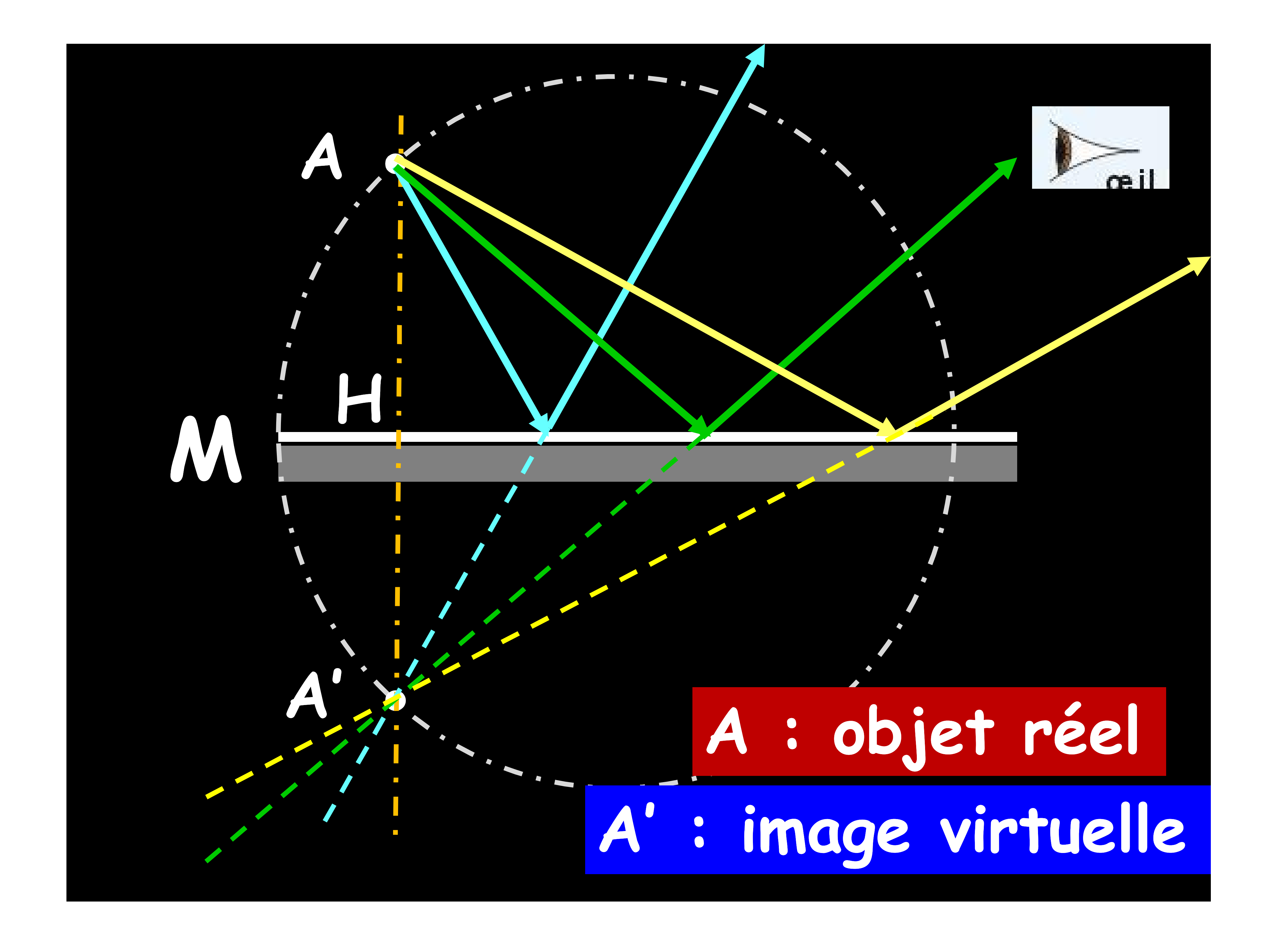
miroir plan M

A' **Image virtuelle**

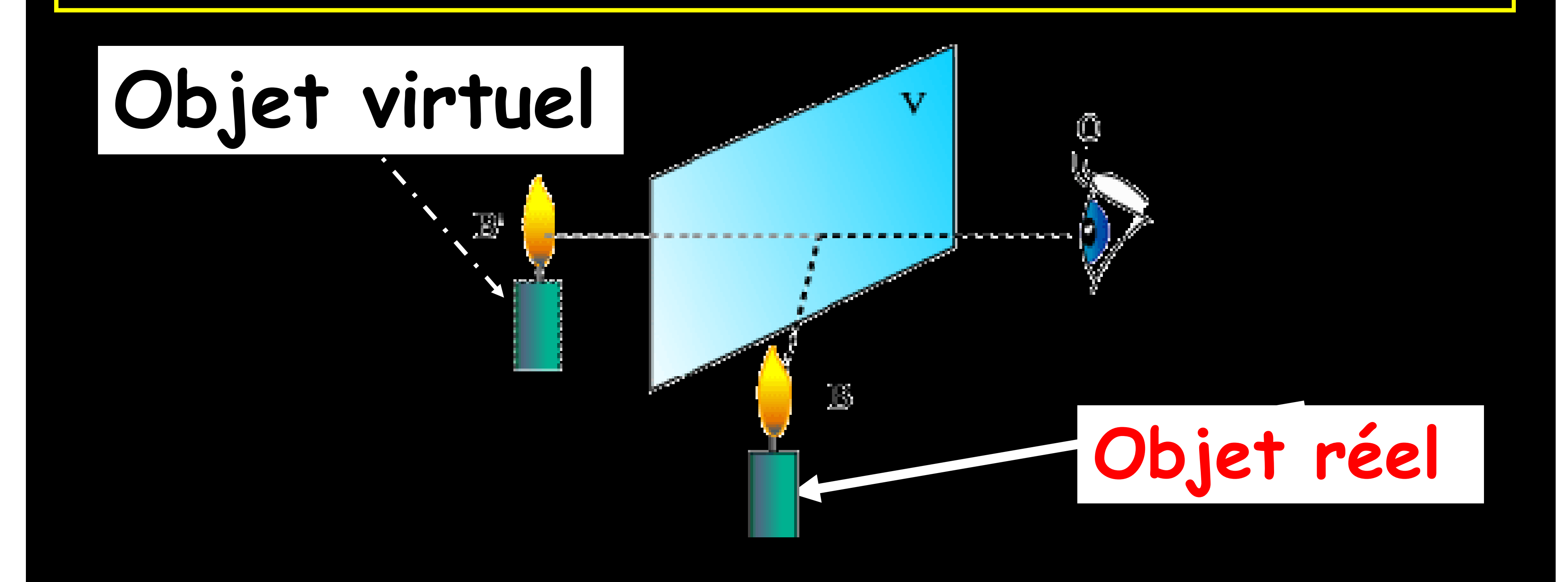
L'objet A et son image A', fournie par le miroir M, sont <u>symétriques</u> par rapport à M

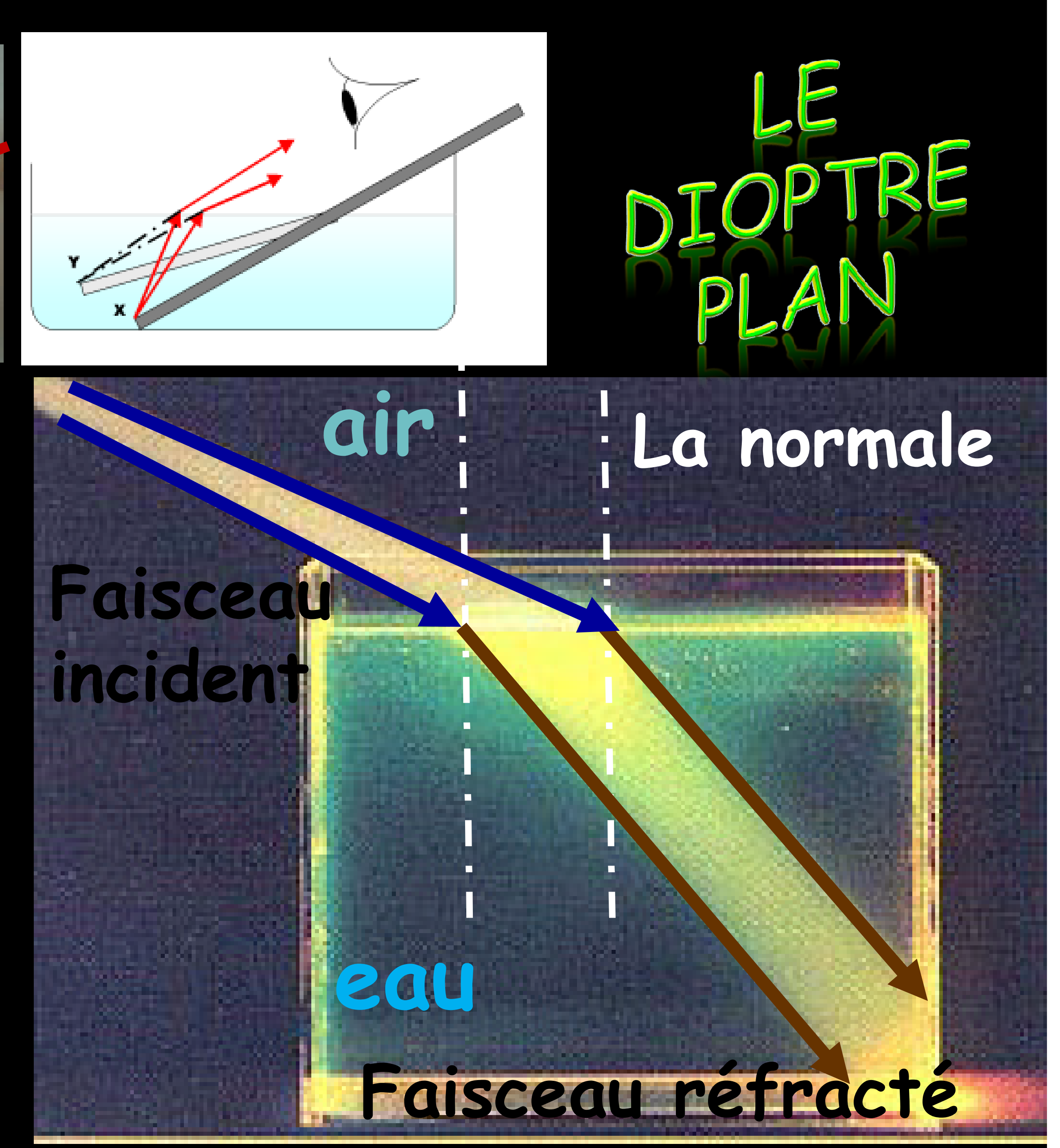


A et A' sont conjugués par le miroir plan M


A
H
M
œil
A'
A : objet réel
A' : image virtuelle

- **Objet réel** : quand des rayons lumineux sont réellement issus de cet objet
- **Objet virtuel** : quand les rayons lumineux <u>semblent</u> provenir de cet objet. Cet objet est l'intersection des prolongements des rayons lumineux.





On appelle **dioptre plan** la surface plane séparant deux milieux transparents et homogènes d'indices absolus n_1 et n_2 différents

$n_1 \neq n_2$

Conditions de Gauss

Lorsque le point objet n'envoie que des rayons incidents sensiblement proches à la normale au dioptre plan, autrement dit pour des angles i et r faibles, et les lois de Snell-Descartes s'écrivent comme suit :

$$\underbrace{i = r}_{\text{Reflexion}} \quad \text{et} \quad \underbrace{n_1.i = n_2.i'}_{\text{Refraction}}$$

$n_1 < n_2$ A et B sont vus nettement, par contre C et D sont flous

Conditions de Gauss

angles i et r faibles

air

n_1

I

I_1

I_2

I_3

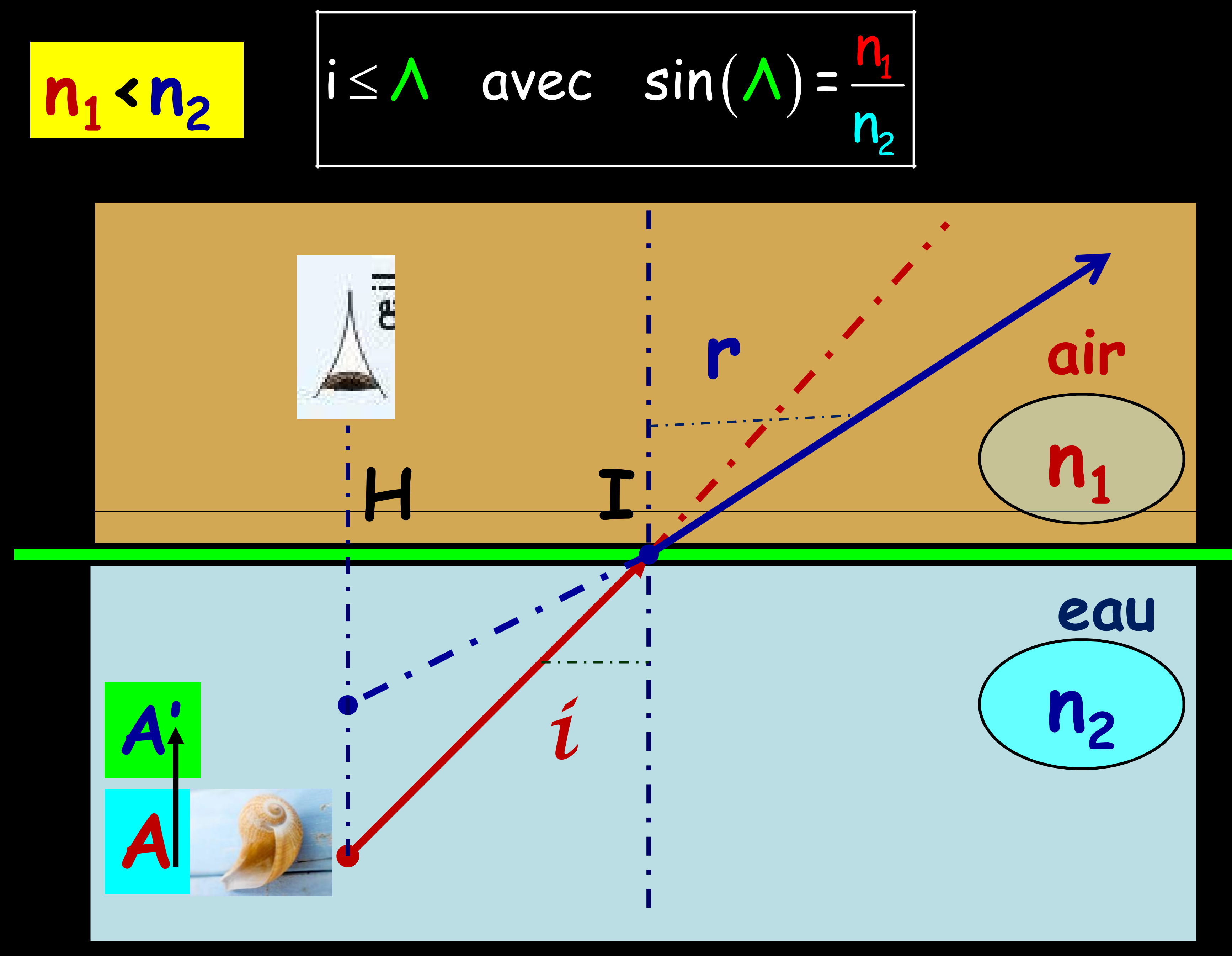
eau

n_2

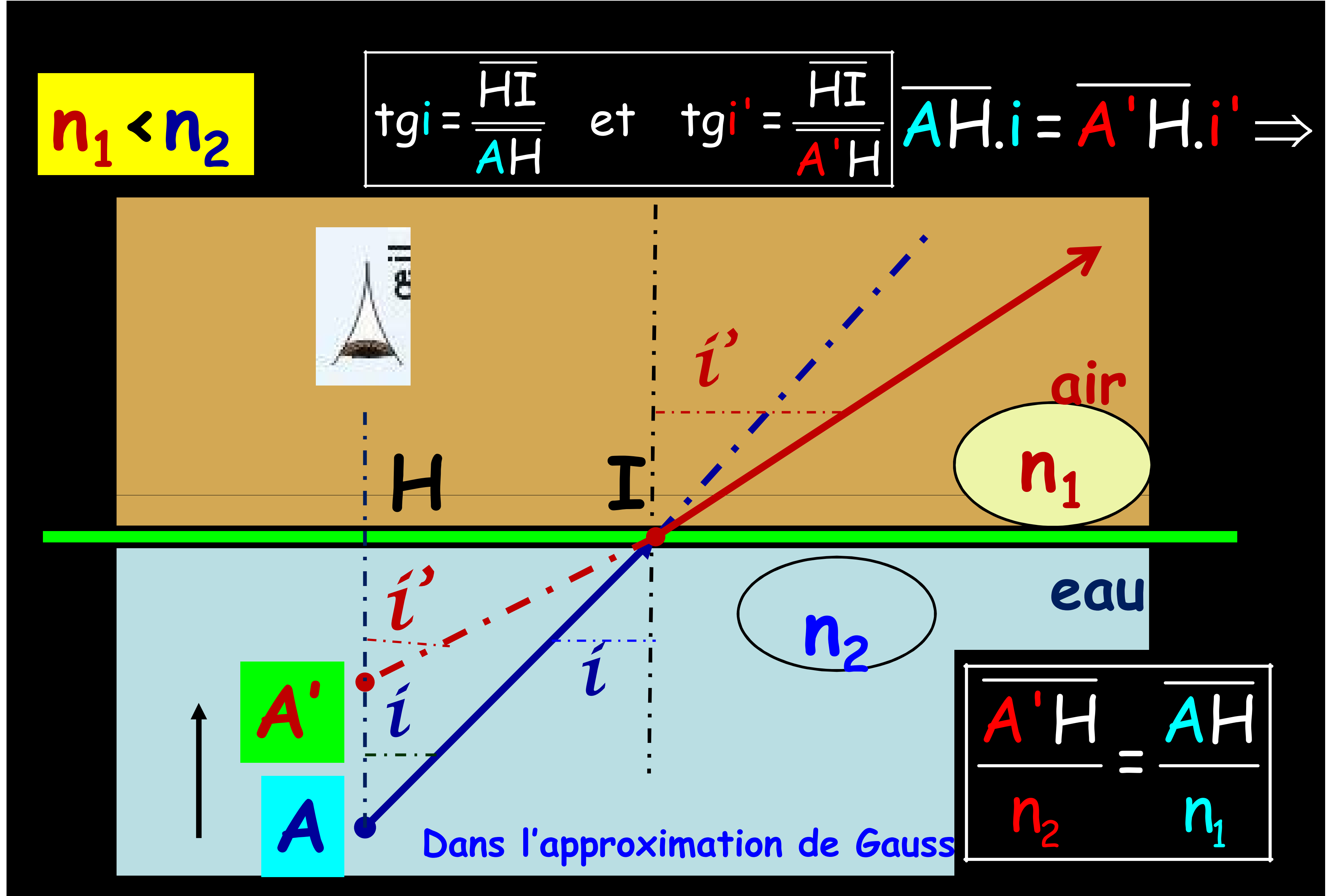
A B C D

L'image d'un objet placé dans le milieu le plus réfringent :

- En ramassant une roche ou un coquillage que nous voyons sous l'eau, à portée de la main, nous sommes généralement étonnés de devoir enfoncer le bras plus que nous ne l'avions prévu.
- Un bassin parait toujours plus profond quand il est vide.



$n_1 < n_2$
$i \leq \Lambda$ avec $\sin(\Lambda) = \frac{n_1}{n_2}$
œil
r
air
n_1
H
I
eau
n_2
A'
A
i
A' est une image virtuelle



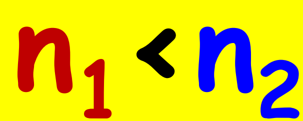
$n_1 < n_2$
$tgi = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$ et $tgi' = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}}$
$\overline{AH}.i = \overline{A'H}.i' \Rightarrow$
i'
air
n_1
H
I
i'
i
eau
n_2
A'
i
A
Dans l'approximation de Gauss
$\frac{\overline{A'H}}{n_2} = \frac{\overline{AH}}{n_1}$
La relation de conjugaison d'un dioptre plan

- Il est à remarquer que les points objet A et son image A' sont situés dans le même milieu. Donc, si l'un réel, l'autre est forcément virtuel.
- Le point image A' se déduit alors de son point objet A par une translation apparente d'amplitude :

$$\frac{\overline{A'H}}{n_2} = \frac{\overline{AH}}{n_1}$$

$$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HA'} = \overline{AH} - \overline{A'H} = \overline{AH}.\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)$$

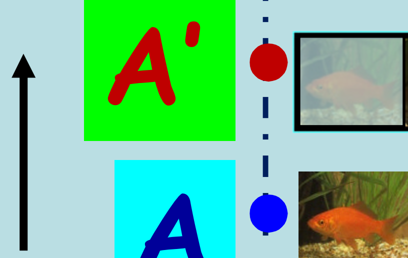
Relation de conjugaison d'un dioptre plan (n_1, n_2)



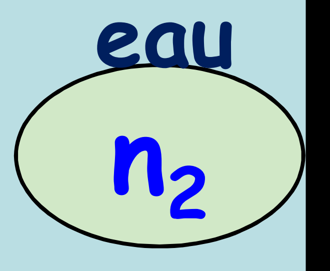


$$\frac{\overline{A'H}}{n_2} = \frac{\overline{AH}}{n_1}$$

Conditions de Gauss



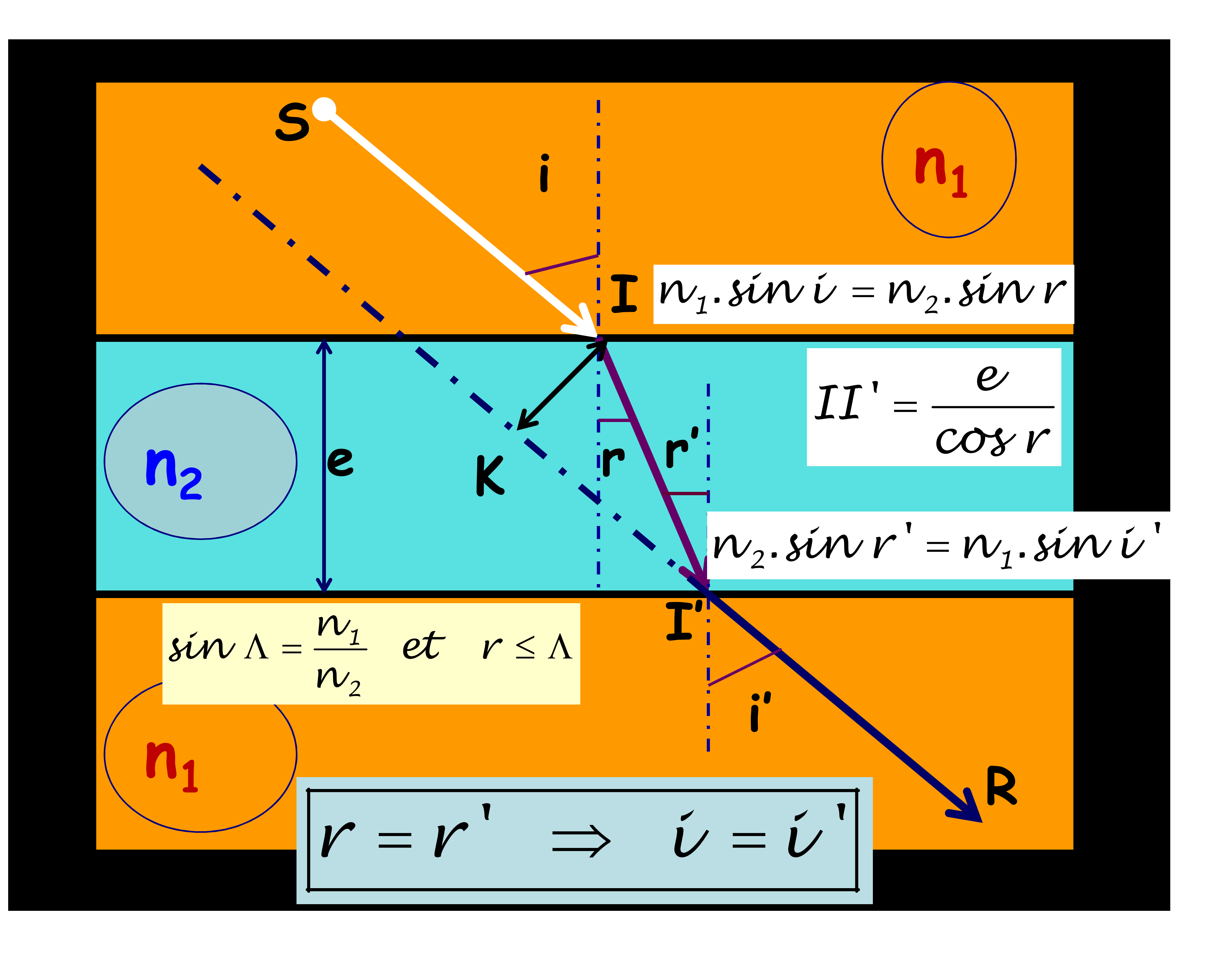
$$\overline{AA'} = \overline{AH}.\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)$$



Lame à faces parallèles

Définition : Une lame à faces parallèles est un milieu homogène et transparent limité par deux dioptres plans parallèles, à une distance e qui est l'épaisseur de la lame. Les milieux extrêmes peuvent être différents ou identiques.



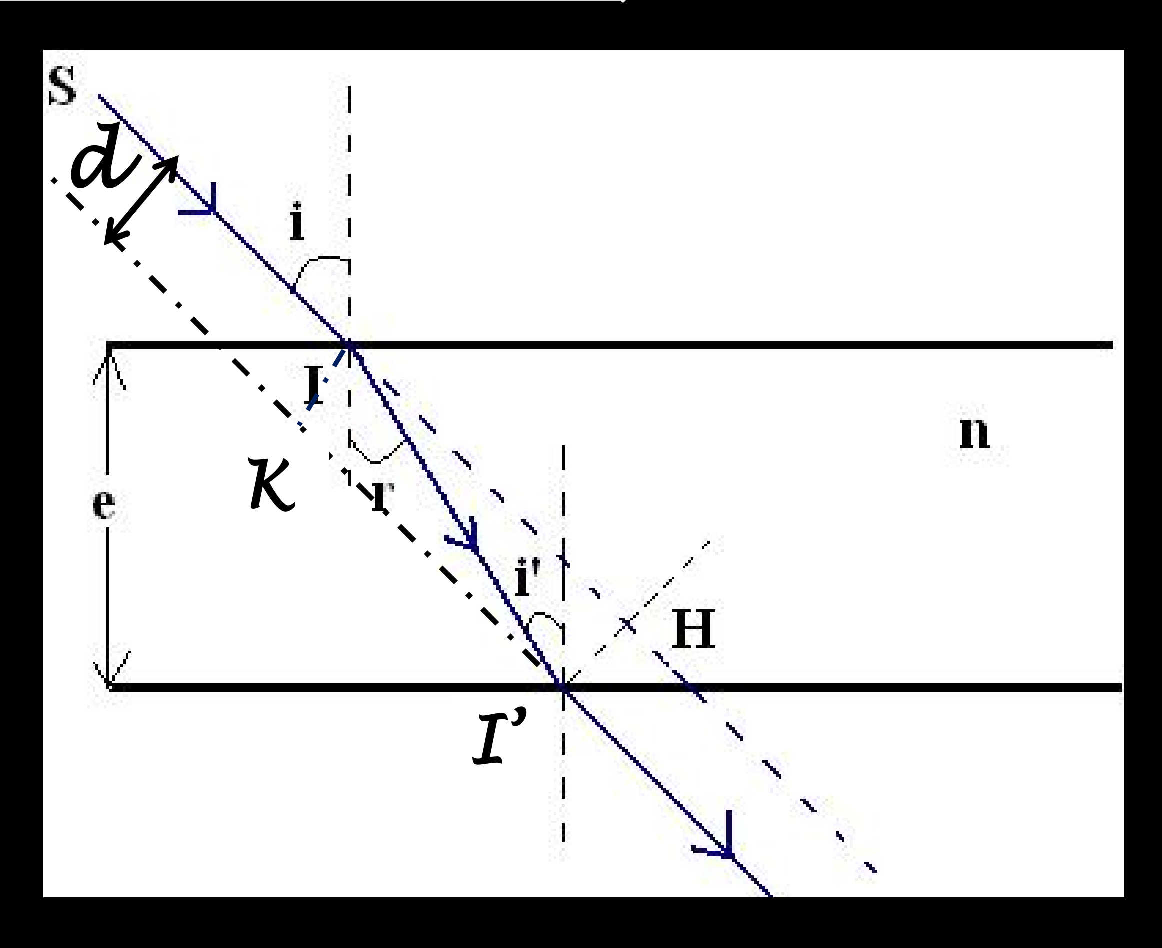


S
i
I
$n_1 . \sin i = n_2 . \sin r$
n_1
$II' = \frac{e}{\cos r}$
n_2
e
K
r
r'
$n_2 . \sin r' = n_1 . \sin i'$
I'
$\sin \Lambda = \frac{n_1}{n_2}$ et $r \leq \Lambda$
i'
n_1
R
$r = r' \Rightarrow i = i'$

$$d = \overline{I'H} = \overline{IJ}.\sin(i - r) \text{ avec } \overline{II'} = \frac{e}{\cos r}$$

$$\boxed{\overline{I'H} = \overline{IK} = d = \frac{e}{\cos r}.\sin(i - r)}$$

Translation de la quantité **d** du rayon lumineux d'incidence i, par la lame à faces parallèles d'épaisseur **e** et d'indice de réfraction **n**



Si on se place dans les condition de Gauss, à savoir : i et r sont des angles petits

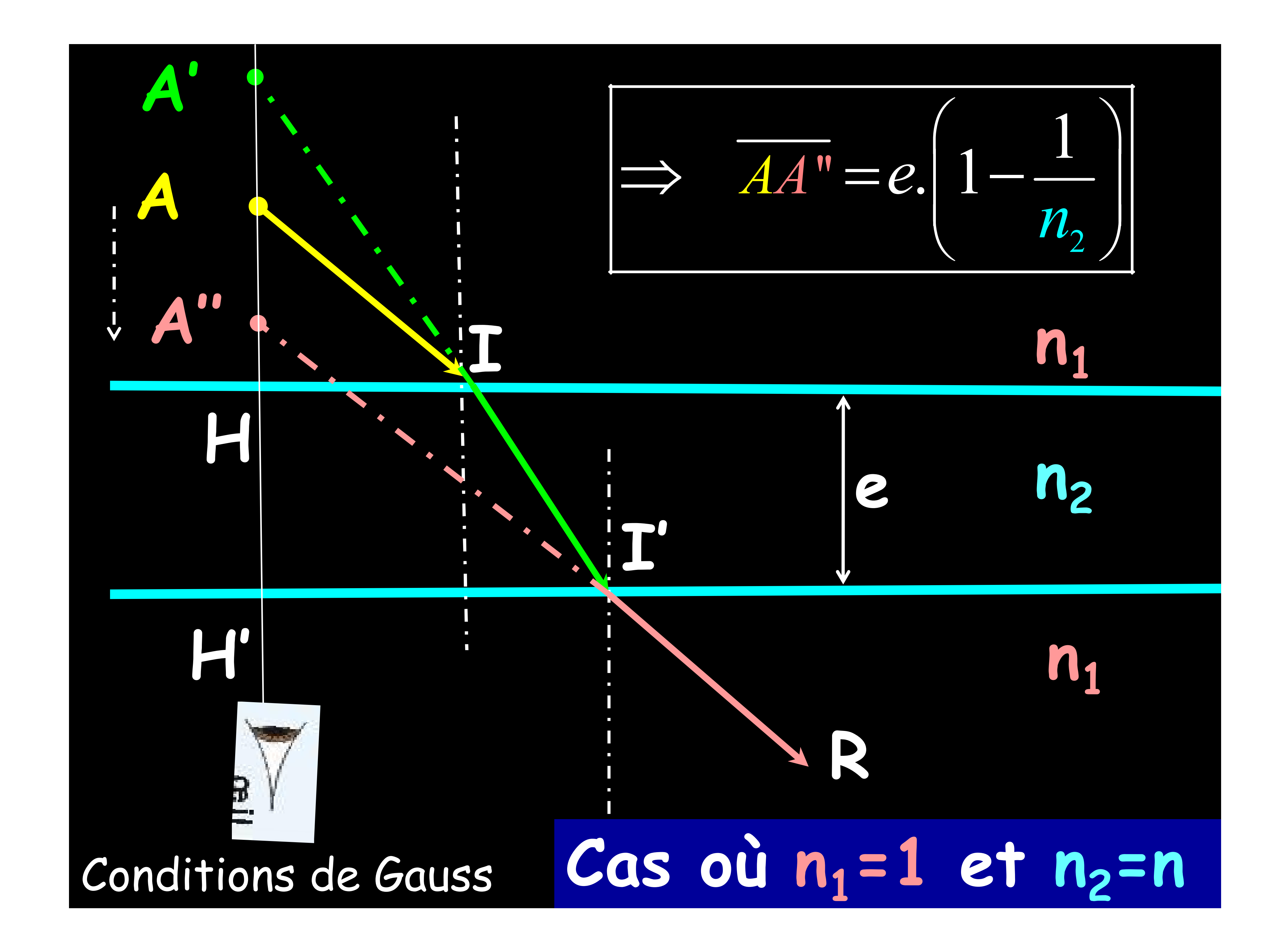
(i < 15 ° & r < 15°)

$$\sin i = n.\sin r \quad \Leftrightarrow \quad i = n.r$$

$$\text{et} \quad \overline{IH} = d = \frac{e}{\cos r}.\sin(i - r)$$

$$\text{avec} \quad \sin(i - r) \approx i - r \approx i.\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad \text{et} \quad \cos r \approx 1$$

$$\boxed{\overline{IH} = \overline{JS'} = d = e.i.\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

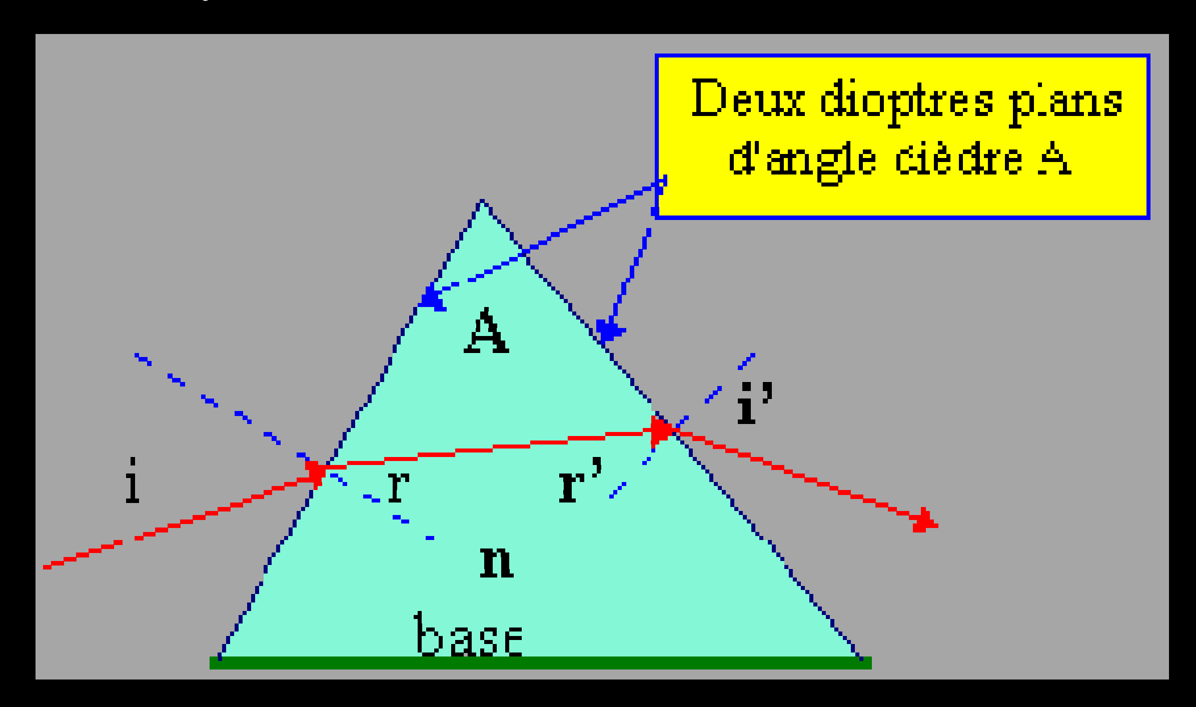

A'
A
A''
I
I'
H
H'
e
n_1
n_2
n_1
R
$\Rightarrow \quad \overline{AA''} = e.\left(1-\frac{1}{n_2}\right)$
Conditions de Gauss
Cas où $n_1=1$ et $n_2=n$

Le prisme

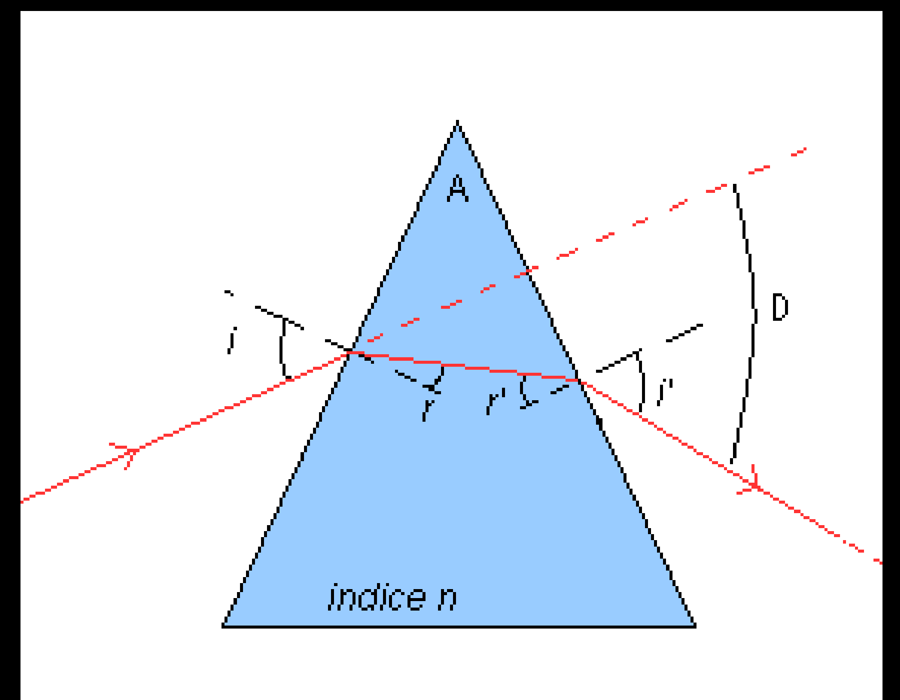
Définition : le prisme est un milieu réfringent limité par deux faces planes non parallèles.

Quand ces deux faces se coupent réellement, la droite d'intersection est l'arrête du prisme, la face opposée à l'arête est la base. L'angle du prisme est défini par les deux faces non parallèles

L'interposition d'un prisme sur le trajet d'un faisceau monochromatique cylindrique provoque **seulement une déviation**, le faisceau reste cylindrique après la traversée de chacun des surfaces.



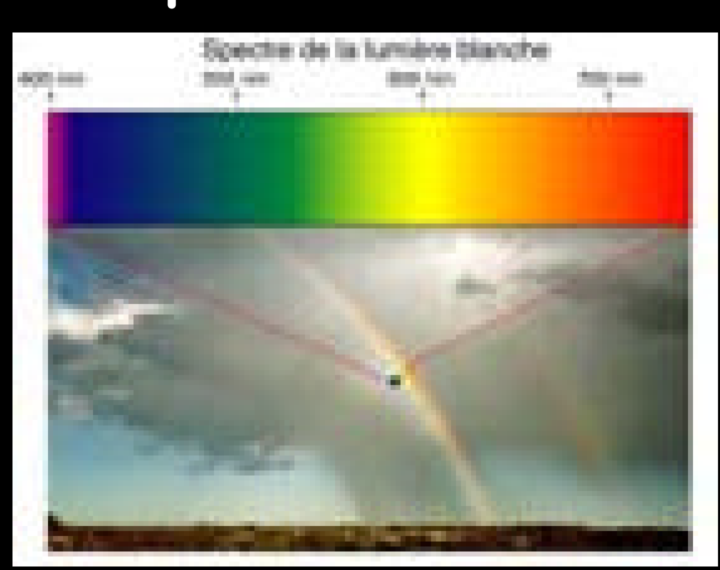
Déterminer la marche d'un rayon lumineux à travers un prisme, revient à déterminer les relations mathématiques qui lient les paramètres : **A**, **n**, **i**, **r**, **r'** et **i'**.

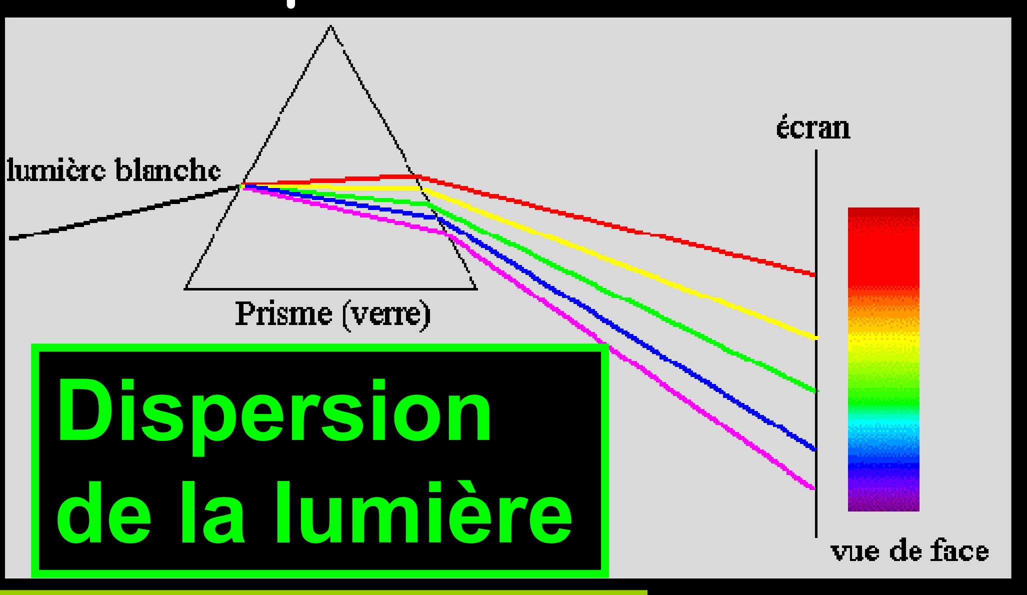


Les formules du prisme :

1. $\sin i = n . \sin r$
2. $\sin i' = n . \sin r'$
3. $A = r + r'$
4. $D = i + i' - A$

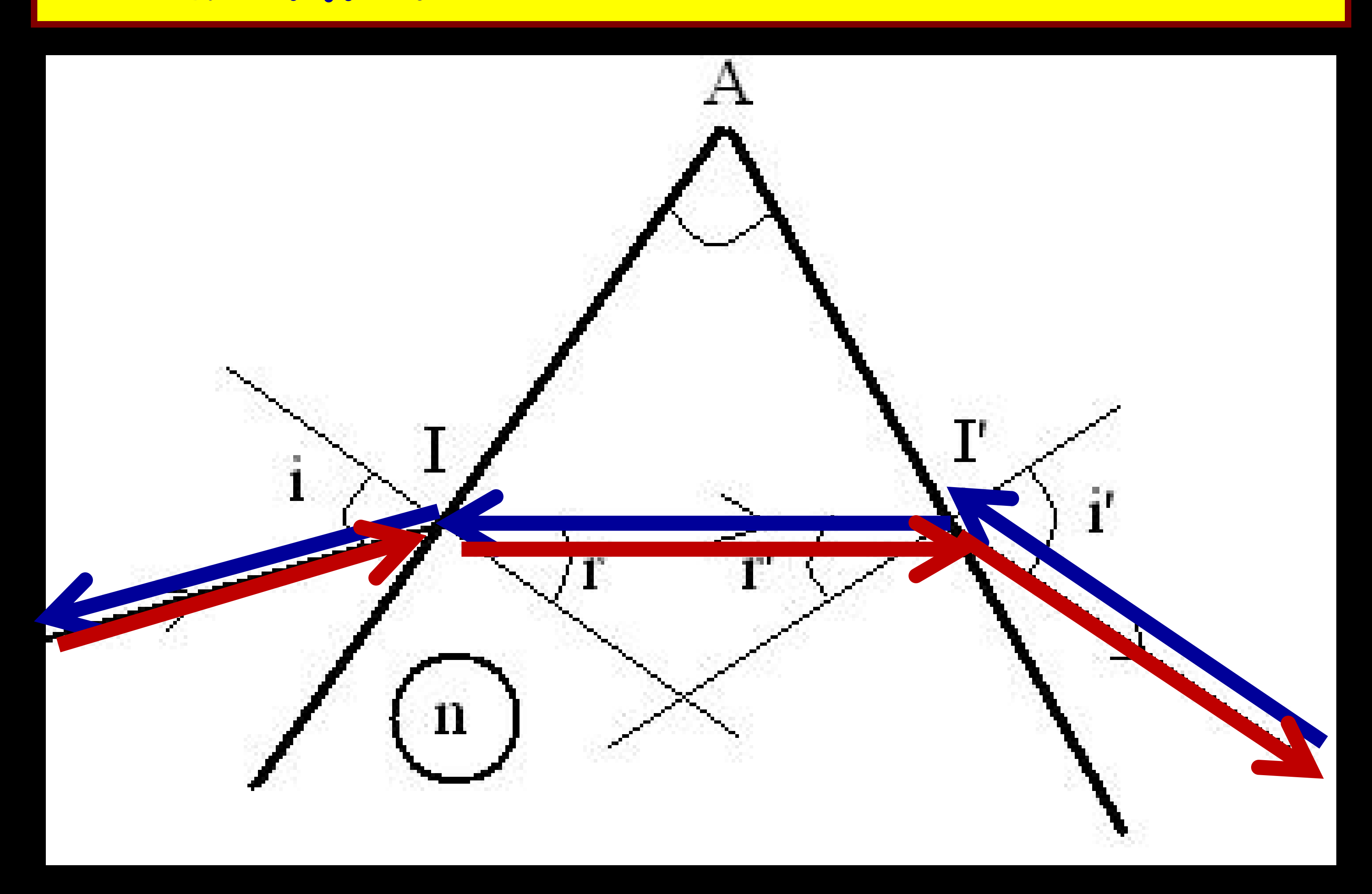
Si l'on opère avec de **la lumière blanche**, le faisceau émergent n'est plus cylindrique, outre **la déviation**, il subit **une décomposition en faisceaux colorés** : le phénomène de la **dispersion** de la lumière complexe en lumières simples.





Décomposition de la lumière blanche

Remarque : Principe du retour inverse de la lumière



Si les angles A et i **sont petits**, il en résulté que r, r' et i' sont également petits, et les **formules du prisme** s'écrivent comme suit :

Les formules du prisme :

$$i = n.r$$

$$i' = n.r'$$

$$A = r + r'$$

$$D = n.r + n.r' - A = (n-1).A$$

Dans le cas des petits angles, la déviation D est <u>indépendante</u> de l'angle d'incidence.

Exercice 8 : Etude d'un prisme **

Soit un prisme d'angle au sommet A et fabriqué dans un verre d'indice de réfraction n. Il est placé dans l'air d'indice n_0=1.

•Donner les relations liant i et r ; i' et r' ; r, r' et A.

•Définir graphiquement et exprimer la déviation D en fonction de i, i' et A dans le cas où le rayon émergent du prisme existe.

•Comment varie i' lorsque i croît ?

•*a*- Calculer la valeur de l'angle de réfraction limite au point I'.

b- En déduire qu'il existe une valeur A_M de A au-delà de laquelle il n'y aura aucun rayon émergent, quel que soit l'angle d'incidence i. Calculer A_M pour n=1,5.

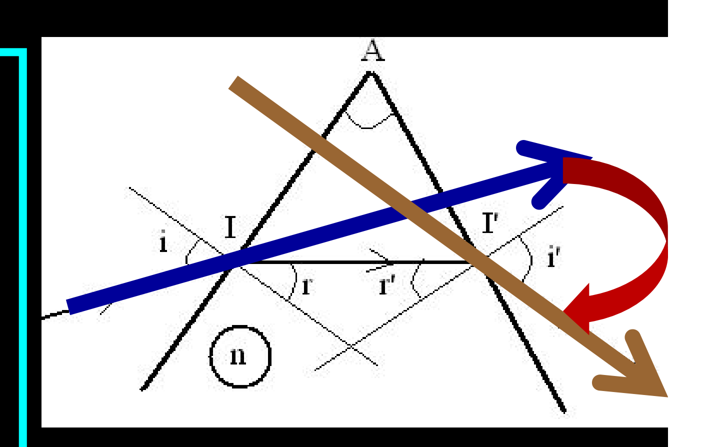
•On éclaire ce prisme par une lumière blanche.

a- Quel est le phénomène observé à la sortie du prisme.

b- Quelle est la radiation la plus déviée ? Quelle est la radiation la moins déviée ?

Les formules du prisme :

1. $\sin i = n.\sin r$
2. $\sin i' = n.\sin r'$
3. $A = r + r'$
4. $D = i + i' - A$



$$i \nearrow \underbrace{\Rightarrow}_{\sin i = n \sin r} r \nearrow \underbrace{\Rightarrow}_{r + r' = A} r' \searrow \underbrace{\Rightarrow}_{\sin i' = n \sin r'} i' \searrow$$

$$\sin \Lambda = \frac{1}{n} = \frac{2}{3} = 0{,}66 \Rightarrow \boxed{\Lambda = 41{,}81^\circ \simeq 42^\circ}$$

$$\underbrace{r + r'}_{r<\Lambda \quad r'<\Lambda} = A \Rightarrow A \leq 2.\Lambda \Rightarrow \boxed{A_{max} = 2.\Lambda}$$

Pour avoir une réfraction aux points I et I', il faut que $A \leq 2.\Lambda$. Si $A > 2.\Lambda$ alors on aura une réflexion totale sur la 2ème face du prisme.

Le phénomène observé est la **dispersion** de la lumière blanche par le prisme.

Dispersion de la lumière

